

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МУРМАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра математики,
информационных систем
и программного обеспечения

Методические указания
к самостоятельной работе, выполнению контрольных и лабораторных работ

Дисциплина	<u>Б1.В.ДВ.03.02 Компьютерное моделирование</u> <small>код и наименование дисциплины</small>
Направление подготовки/специальность	<u>26.03.02 Кораблестроение, океанотехника и</u> <small>код и наименование направления подготовки /специальности</small>
Направленность/специализация	<u>системотехника объектов морской инфраструктуры</u> <u>Судовые энергетические установки</u> <small>наименование направленности (профиля) /специализации образовательной программы</small>
Квалификация выпускника	<u>бакалавр</u> <small>указывается квалификация (степень) выпускника в соответствии с ФГОС ВО</small>
Кафедра-разработчик	<u>математики, информационных систем и программного обеспечения</u> <small>наименование кафедры-разработчика рабочей программы</small>

Мурманск
2019

Составитель: Гомонов Александр Дмитриевич, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математики, информационных систем и программного обеспечения Мурманского государственного технического университета.

Методические указания рассмотрены и одобрены на заседании кафедры математики, информационных систем и программного обеспечения 17 июня 2019 г., протокол №12.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ	4
ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН	5
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.....	7
МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ ПО ИЗУЧЕНИЮ ТЕМ ДИСЦИПЛИНЫ.....	8
ВАРИАНТЫ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ	14
ВАРИАНТ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ	37

ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Данные методические указания разработаны в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки

26.03.02 Кораблестроение, океанотехника и системотехника объектов морской инфраструктуры

(код и наименование направления подготовки)

утверждённого № 960 от 03.09.2015, учебного плана в составе ОПОП
(дата, номер приказа Минобрнауки РФ)

по направлению подготовки 26.03.02 Кораблестроение, океанотехника и системотехника объектов морской инфраструктуры

направленности (профилю) Судовые энергетические установки

2019 года начала подготовки.

Целью дисциплины: «Компьютерное моделирование» подготовка бакалавра в соответствии с ФГОС ВО и учебным планом направления подготовки 26.03.02 Кораблестроение, океанотехника и системотехника объектов морской инфраструктуры.

Задачи дисциплины: продемонстрировать применение фундаментальных разделов анализа к решению различных прикладных задач и изложить общие принципы и методологию математического и компьютерного моделирования.

В соответствии с рабочей программой по дисциплине «Компьютерное моделирование» объем времени на самостоятельную работу бакалавров составляет:

- 54 часа (очная форма обучения),
- 92 часа (заочная форма обучения).

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование универсальной компетенции ОПК-1 в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 26.03.02 Кораблестроение, океанотехника и системотехника объектов морской инфраструктуры.

В результате изучения дисциплины обучающийся должен:

знать:

- современные методы моделирования процессов и систем;
- этапы математического моделирования;
- принципы построения и основные требования к математическим моделям;
- схемы разработки математических моделей и методы исследования;
- формализацию процесса функционирования системы;
- методы упрощения математических моделей.

уметь:

- применять методы функционального, имитационного и математического моделирования систем различного уровня и назначения на практике;
- планировать эксперименты, обрабатывать и анализировать их результаты;
- использовать технические и программные средства для моделирования систем.

владеть:

- инструментальными средствами моделирования систем;
- навыками разработки и анализа информационных моделей.

ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

№ п/п	Наименование тем и содержание самостоятельной работы	Количество часов по формам обучения	
		очная	заочная
1	Понятие модели. Цели моделирования. Различные виды моделей. Моделирование и системный подход. Качественные и количественные модели. Компьютерное моделирование. Принципы компьютерного моделирования. Связь с другими методами познания. Виды компьютерных моделей. Классификация компьютерных моделей по типу математической схемы. Области применения компьютерных моделей.	3	5
2	Модели, требующие решения алгебраических уравнений. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений. Методы численного интегрирования.	3	5
3	Дискретизация пространственно-временной области. Классификация дифференциальных уравнений с частными производными. Численное решение нестационарных задач. Численное решение стационарных задач. Методы численного решения вариационных задач. Представление о методе конечных элементов. Примеры использования метода конечных элементов. Точность, сходимость и устойчивость численного метода.	3	5
4	Сущность автоматного подхода. Моделирование машин Поста и Тьюринга. Компьютерное моделирование нейросетей. Метод клеточных автоматов. Понятие о мультиагентном подходе. Изучение автоволновых процессов методом клеточных автоматов. Другие примеры использования клеточных автоматов.	3	5
5	Метод статистического моделирования (Монте-Карло). Способы получения случайных величин. Генераторы псевдослучайных величин. Моделирование случайных событий и процессов. Примеры использования метода статистических испытаний. Модель обучения вероятностного автомата. Вероятностные клеточные автоматы.	3	5
6	Имитационное моделирование систем. Получение непрерывных случайных величин. Проблема моделирования времени. Моделирование систем массового обслуживания (СМО). Моделирование СМО с отказами. Моделирование СМО с очередью. Имитационное моделирование более сложных СМО. Стохастическое моделирование физических явлений. Агрегатный подход к моделированию сложных систем. Пример использования агрегатного подхода.	3	5
7	Одномерное движение точки. Двумерное движение точки в однородном поле. Движение точки в центральном поле сил. Движение заряда в электрическом и магнитном полях. Сложные случаи движения частицы в силовом поле. Скольжение точки по поверхности. Движение системы из двух частиц. Движение системы частиц. Моделирование движения тела.	3	5

8	Свободные колебания. Вынужденные колебания. Автоколебания. Моделирование колебаний сложных систем. Колебания системы связанных осцилляторов. Моделирование других явлений физики волн. Моделирование волны в одномерной среде. Волна в двумерной среде. Решение уравнения синус-Гордона	3	5
9	Метод классической молекулярной динамики. Моделирование молекул твердыми сферами. Модель “взаимодействующие частицы”. Развитие метода молекулярной динамики. Стохастическое моделирование молекул газа. Методы Метрополиса и модельного отжига. Модель магнетика Изинга.	3	5
10	Уравнение теплопроводности для однородной среды. Уравнение адвекции–диффузии и его решение. Решение уравнения теплопроводности для неоднородной среды. Расчет поля температур в цилиндрической и сферической системах координат. Одномерная двухфазная задача Стефана. Нелинейное уравнение теплопроводности. Моделирование автоволновых процессов.	3	5
11	Вытекание жидкости из сосуда произвольной формы. Потенциальное течение жидкости. Течение вязкой жидкости в одномерном случае. Конвекция. Течение вязкой жидкости в двумерном случае. Вихревое движение вязкой жидкости. Конвективное движение жидкости в двумерном случае.	3	5
12	Расчет электрического поля. Перемещение заряженных частиц в электрических полях. Решение уравнения Пуассона для однородной среды. Решение уравнения Пуассона для неоднородной среды. Расчет электрического поля в полярной и цилиндрической системах координат. Распространения электромагнитной волны в волноводе.	3	5
13	Расчет хода луча света в неоднородной среде. Моделирование интерференции волн. Моделирование дифракции волн. Моделирование излучения черного тела. Движение частицы в потенциальной яме. Гармонический осциллятор. Простейшие модели атома и молекулы.	3	5
14	Использование пакетов программ для моделирования технических систем. Передача информации по каналу связи. Моделирование терморегулятора. Моделирование работы электроизмерительного прибора. Моделирование работы асинхронного двигателя. Моделирование системы “двигатель–генератор”. Модель системы автоматического регулирования. Моделирование движения мотоциклиста. Моделирование ядерного реактора. Точечная модель ядерного реактора.	3	5

15	Дискретные модели развития отдельной популяции. Непрерывные модели роста популяции. Матричное моделирование популяции. Модели, учитывающие межвидовую конкуренцию. Модель “хищник-жертва”. Мультиагентный подход к моделированию биологических систем. Поведение колонии муравьев. Моделирование эволюции. Генетические алгоритмы и эволюционные вычисления. Основные направления кибернетического моделирования “искусственной жизни”. Другие примеры компьютерного моделирования биологических систем.	3	5
16	Методы моделирования социально-экономических систем. Мультиагентный подход к моделированию социально-экономических процессов. Моделирование социально-экономических процессов путем решения системы уравнений. Моделирование экономического и демографического развития общества. Моделирование боевого взаимодействия противников. Модель боя с участием подвижных боевых единиц. Моделирование развития человечества.	3	5
17	Компьютерное моделирование обучения с помощью дискретной модели ученика. Построение непрерывной модели процесса обучения. Учет изменения работоспособности ученика в течение дня. Модель обучения с изменяющимся коэффициентом забывания. Двухкомпонентная модель обучения 1-ого типа. Многокомпонентная модель обучения 2-ого типа. Оптимизация обучения: непрерывная модель.	3	6
18	Информационное моделирование. Геометрическое моделирование. Преобразование 3D-объектов. Среды для геометрического моделирования. Трассировка лучей. Удаление невидимых элементов. Виртуальная реальность как модель мира. Виртуальные лаборатории и симуляторы. Моделирование интеллекта. Моделирование с помощью аналоговой ВМ. Применения компьютерных моделей.	3	6
	Итого:	54	92

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Основная литература

1. Компьютерное моделирование, Майер Р.В., Глазов, ГГПИ, 2009;
2. Моделирование систем: Учебное пособие, Рубанов В.Г., Филатов А.Г. Белгород: Изд-во БГТУ, 2005;
3. Численные методы решения физических задач: Учебное пособие, Рашиков В.И., Рошаль А.С., СПб: Лань, 2005.

Дополнительная литература

4. Компьютерное моделирование в физике, Гулд Х., Тобочник Я. М.: Мир 1990;
5. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры., Самарский А.А., Михайлов А.П. М.: Физматлит, 2001;
6. Компьютерное моделирование физических процессов в пакете MATLAB. Поршневу С.В. М.: Горячая линия - Теле-ком, 2003;

7. Математические модели природных явлений и технологических процессов, Рудяк В.Я., Новосибирск: Изд. НГТУ, 2003.

Перечень ресурсов информационно - телекоммуникационной сети «Интернет»

1. Электронно-библиотечная система «Издательства «ЛАНЬ»
(с 01 сентября 2016 года по 31 августа 2017 года) <http://e.lanbook.com/>
2. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека онлайн»
с 15 ноября 2015 года по 14 ноября 2016 года) <http://biblioclub.ru/>
3. Электронно-библиотечная система «ИД «Троицкий мост»
(с 01 апреля 2016 года по 01 апреля 2017 года) <http://www.trmost.ru>
4. Электронно-библиотечная система «Консультант студента»
(с 20 апреля 2016 года по 20 апреля 2017 года) <http://www.studentlibrary.ru/>
5. Электронно-библиотечная система «IPRbooks»
(с 20 апреля 2016 года по 20 апреля 2017 года) <http://www.iprbookshop.ru/>

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ ПО ИЗУЧЕНИЮ ТЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью самостоятельной работы студентов является:

- систематизация и закрепление полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубление и расширение теоретических знаний;
- формирование умений использовать справочную и специальную литературу;
- развитие познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирование самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- развитие исследовательских умений.

Самостоятельная работа является одним из видов учебных занятий обучающихся, проводится внеаудиторно, выполняется студентом по заданию преподавателя, но без его непосредственного участия.

Объем времени, отведенный на самостоятельную работу, определяется в соответствии с учебным планом направления подготовки и рабочей программой учебной дисциплины.

Тема 1: Понятие модели. (2/5 часов)

Цели моделирования. Различные виды моделей. Моделирование и системный подход. Качественные и количественные модели. Компьютерное моделирование. Принципы компьютерного моделирования. Связь с другими методами познания. Виды компьютерных моделей. Классификация компьютерных моделей по типу математической схемы. Области применения компьютерных моделей.

Методические указания:

- *изучите теоретический материал*
Литература: [1], [5], [6].
- *подготовьте ответы на вопросы*

Вопросы для самоконтроля:

1. Перечислите цели моделирования.

2. Назовите отличия качественных моделей от количественных.
3. Изложите классификацию компьютерных моделей по типу математической схемы.

Тема 2: Модели, требующие решения алгебраических уравнений. (2/5 часов)

Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений. Методы численного интегрирования.

Методические указания:

- изучите теоретический материал
- Литература:** [1], [5], [6], [7].
- подготовьте ответы на вопросы

Вопросы для самоконтроля:

1. Сформулируйте общую задачу линейного программирования.
2. Какие основные методы численного решения ДУ?
3. Какие основные методы численного интегрирования?

Тема 3: Дискретизация пространственно-временной области. (2/5 часов)

Классификация дифференциальных уравнений с частными производными. Численное решение нестационарных задач. Численное решение стационарных задач. Методы численного решения вариационных задач. Представление о методе конечных элементов. Примеры использования метода конечных элементов. Точность, сходимость и устойчивость численного метода.

Методические указания:

- изучите теоретический материал
- Литература:** [5], [8].
- подготовьте ответы на вопросы

Вопросы для самоконтроля:

1. Сформулируйте дифференциальных уравнений с частными производными.
2. Опишите основную идею метода конечных элементов.
3. Опишите примеры использования метода конечных элементов.
4. Каковы точность, сходимость и устойчивость численного метода конечных элементов?

Тема 4:

Сущность автоматного подхода (2/5 часов)

Моделирование машин Поста и Тьюринга. Компьютерное моделирование нейросетей. Метод клеточных автоматов. Понятие о мультиагентном подходе. Изучение автоволновых процессов методом клеточных автоматов. Другие примеры использования клеточных автоматов..

Методические указания:

- изучите теоретический материал
- Литература:** [5], [6], [7].
- подготовьте ответы на вопросы

Вопросы для самоконтроля:

1. В чем сущность метода клеточных автоматов.
2. Опишите основные этапы моделирования нейросетей.

Тема 5: Метод статистического моделирования (Монте-Карло). (2/5 часов)

Получение непрерывных случайных величин. Проблема моделирования времени. Моделирование систем массового обслуживания (СМО). Моделирование СМО с отказами. Моделирование СМО с очередью. Имитационное моделирование более сложных СМО. Стохастическое моделирование физических явлений. Агрегатный подход к моделированию сложных систем. Пример использования агрегатного подхода.

Методические указания:

- изучите теоретический материал

Литература: [5], [8].

- подготовьте ответы на вопросы

Вопросы для самоконтроля:

1. Какие основные подходы к получению непрерывных случайных величин?
2. Какова суть метода статистических испытаний?

Тема 6: Имитационное моделирование систем. (2/5 часов)

Сетевые и потоковые задачи. Основные приложения сетевых и потоковых алгоритмов. Задача о многополюсной кратчайшей цепи. Венгерский алгоритм задачи о назначениях. Задача о многополюсном максимальном потоке.

Методические указания:

- изучите теоретический материал

Литература: [5], [8].

- подготовьте ответы на вопросы

Вопросы для самоконтроля:

1. Каковы основные особенности сетевых и потоковых задач?
2. Задача о многополюсном максимальном потоке.

Тема 7: Одномерное движение точки. (4/5 часов)

Движение точки в центральном поле сил. Движение заряда в электрическом и магнитном полях. Сложные случаи движения частицы в силовом поле. Скольжение точки по поверхности. Движение системы из двух частиц. Движение системы частиц. Моделирование движения тела.

Методические указания:

- изучите теоретический материал

Литература: [2], [3].

- подготовьте ответы на вопросы

Вопросы для самоконтроля:

1. Какие уравнения описывают движение заряда в электрическом и магнитном полях.
2. Какие основные подходы моделирования движения системы частиц в центральном поле сил.

Тема 8: Свободные колебания. (4/5 часов)

Вынужденные колебания. Автоколебания. Моделирование колебаний сложных систем. Колебания системы связанных осцилляторов. Моделирование других явлений физики волн. Моделирование волны в одномерной среде. Волна в двумерной среде.

Методические указания:

- изучите теоретический материал

Литература: [2], [3].

- *подготовьте ответы на вопросы*

Вопросы для самоконтроля:

1. Какие уравнения описывают вынужденные колебания.
2. Какие уравнения описывают системы связанных осцилляторов .

Тема 9: Задачи классической молекулярной динамики. (4/5 часов)

Моделирование молекул твердыми сферами. Модель “взаимодействующие частицы”. Развитие метода молекулярной динамики. Стохастическое моделирование молекул газа.

Методы Метрополиса и модельного отжига.

Методические указания:

- *изучите теоретический материал*

Литература: [2], [3].

- *подготовьте ответы на вопросы*

Вопросы для самоконтроля:

1. Какие уравнения описывают моделирование молекул твердыми сферами.
2. Какие основные подходы к стохастическому моделированию молекул газа.

Тема 10: Уравнение теплопроводности для однородной среды. (4/5 часов)

Решение уравнения теплопроводности для неоднородной среды. Расчет поля температур в цилиндрической и сферической системах координат. Одномерная двухфазная задача Стефана. Нелинейное уравнение теплопроводности. Моделирование автоволновых процессов.

Методические указания:

- *изучите теоретический материал*

Литература: [2], [3].

- *подготовьте ответы на вопросы*

Вопросы для самоконтроля:

1. Вывод уравнения теплопроводности.
2. Создать в среде MatLab модель расчета поля температур в цилиндрической и сферической системах координат.

Тема 11: Вытекание жидкости из сосуда произвольной формы. (4/5 часов)

Потенциальное течение жидкости. Течение вязкой жидкости в одномерном случае. Конвекция. Течение вязкой жидкости в двумерном случае. Вихревое движение вязкой жидкости. Конвективное движение жидкости в двумерном случае.

Методические указания:

- изучите теоретический материал

Литература: [1], [5], [6].

- подготовьте ответы на вопросы

Вопросы для самоконтроля:

1. Опишите задачу течения жидкости.
2. Создать в среде MatLab модель движение жидкости в двумерном случае.

Тема 12: Расчет электрического поля. (4/6 часов)

Перемещение заряженных частиц в электрических полях. Решение уравнения Пуассона для однородной среды. Решение уравнения Пуассона для неоднородной среды. Расчет электрического поля в полярной и цилиндрической системах координат. Распространения электромагнитной волны в волноводе.

Методические указания:

- изучите теоретический материал

Литература: [1], [5], [6].

- подготовьте ответы на вопросы

Вопросы для самоконтроля:

1. Особенности модели перемещение заряженных частиц в электрических полях.
2. Средствами SIMULINK MatLab создайте модель решение уравнения Пуассона.

Тема 13: Расчет хода луча света в неоднородной среде. (4/6 часов)

Моделирование интерференции волн. Моделирование дифракции волн. Моделирование излучения черного тела. Движение частицы в потенциальной яме. Гармонический осциллятор. Простейшие модели атома и молекулы.

Методические указания:

- изучите теоретический материал

Литература: [1], [5], [6].

- подготовьте ответы на вопросы

Вопросы для самоконтроля:

1. Особенности моделирования интерференции и дифракции волн.
2. Компьютерная модель движение частицы в потенциальной яме.

Тема 14: Использование пакетов программ для моделирования технических систем. . (4/6 часов)

Передача информации по каналу связи. Моделирование терморегулятора. Моделирование работы электроизмерительного прибора. Моделирование работы асинхронного двигателя. Моделирование системы “двигатель–генератор”. Модель системы автоматического регулирования.

Методические указания:

- изучите теоретический материал

Литература: [1], [5], [6].

- подготовьте ответы на вопросы

Вопросы для самоконтроля:

1. Средствами SIMULINK MatLab создайте модель работы электроизмерительного прибора .

Тема 15: Дискретные модели развития отдельной популяции. (4/6 часов)

Непрерывные модели роста популяции. Матричное моделирование популяции. Модели, учитывающие межвидовую конкуренцию. Модель “хищник-жертва”. Поведение колонии муравьев. Моделирование эволюции. Генетические алгоритмы и эволюционные вычисления. Основные направления кибернетического моделирования “искусственной жизни”. Другие примеры компьютерного моделирования биологических систем.

Методические указания:

- изучите теоретический материал

Литература: [1], [5], [6].

- подготовьте ответы на вопросы

Вопросы для самоконтроля:

1. Каковы недостатки модели Мальтуса роста популяции?
2. Средствами SIMULINK MatLab создайте модель “хищник-жертва”.

Тема 16: Методы моделирования социально-экономических систем. (4/6 часов)

Моделирование социально-экономических процессов путем решения системы уравнений. Моделирование экономического и демографического развития общества. Моделирование боевого взаимодействия противников. Модель боя с участием подвижных боевых единиц. Моделирование развития человечества.

Методические указания:

- изучите теоретический материал

Литература: [1], [5], [6].

- *подготовьте ответы на вопросы*

Вопросы для самоконтроля:

1. Опишите уравнения экономического и демографического развития общества.
2. Средствами SIMULINK MatLab создайте модель развития человечества.

Тема 17: Построение непрерывной модели процесса обучения. (4/6 часов)

Учет изменения работоспособности ученика в течение дня. Модель обучения с изменяющимся коэффициентом забывания. Двухкомпонентная модель обучения 1-ого типа. Многокомпонентная модель обучения 2-ого типа. Оптимизация обучения: непрерывная модель.

Методические указания:

- *изучите теоретический материал*

Литература: [1], [5], [6].

- *подготовьте ответы на вопросы*

Вопросы для самоконтроля:

1. Каковы особенности модели обучения с изменяющимся коэффициентом забывания?

Тема 18: Информационное моделирование. (4/6 часов)

Геометрическое моделирование. Преобразование 3D-объектов. Среды для геометрического моделирования. Трассировка лучей. Удаление невидимых элементов.

Методические указания:

- *изучите теоретический материал*

Литература: [1], [5], [6].

- *подготовьте ответы на вопросы*

Вопросы для самоконтроля:

1. Основные понятия геометрического моделирования.
2. Каковы основные среды для геометрического моделирования?

ВАРИАНТЫ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

Лабораторная работа №1

1. **Цель работы:** научиться определять, является поток событий, поступающих в СМО простейшим пуассоновским.

2. **Литература:**

2.1. Венцель Е.С. Исследование операций. - Москва: «Высшая школа», 1980.

2.2. Конспект лекций по предмету «Компьютерное моделирование».

3. Подготовка к работе:

3.1. Изучить материал (2.1.) и конспект лекций по курсу.

3.2. Изучить описание практической работы.

3.3. Подготовить бланк отчета, содержащий название, цель работы, задание, результаты выполнения п.п.5.1.,5.2.

4. Оборудование: Персональный компьютер, программа Ms Excel.

5. Задание:

5.1. Из таблиц Приложения согласно варианту, заданному преподавателем, выписать задачу.

5.2. С помощью программы Ms Excel рассчитать теоретические значения частоты требований, соответствующие пуассоновскому потоку.

5.3. Сравнить теоретические значения частоты требований и практические, заданные по варианту.

5.4. Сделать вывод, является ли заданный по варианту поток простейшим Пуассоновским.

6. Порядок выполнения работы:

6.1. Пусть путем наблюдений составлен график прибытия заявок в СМО за 10 минут.

Данные занесли в таблицу:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
Число прибытий за 10 минут		5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Наблюдаемая частота (%)		1%	0%	1%	2%	1%	3%	5%	6%	9%	10%	11%	12%	8%	9%	7%	5%	4%	3%	1%	1%	1%

6.2. Найдем среднее значение числа прибытий за 10 минут. Для этого умножим каждое значение в строке 1, на соответствующее значение в строке 2 и сложим полученные значения. (Например значение в ячейке B2 равно 5, умножим его на значение в ячейке B3 равный 1% или 0,01 и т.д.) Результат отображается в ячейки A3. Найденное значение соответствует числу $\lambda * t$, где λ - представляет собой среднее количество прибытий за выбранную единицу времени, t - время.

В четвертом строке вычислим предполагаемые вероятности по распределению Пуассона по формуле:

$$P_n(t) = \frac{e^{-\lambda * t} (\lambda * t)^n}{n!}$$

В результате получается следующая таблица:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
1	Число прибытий за 10 минут	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
2	Наблюдаемая частота (%)	1%	0%	1%	2%	1%	3%	5%	6%	9%	10%	11%	12%	8%	9%	7%	5%	4%	3%	1%
3	15,61	0,05	0	0,1	0,2	0,1	0,3	0,55	0,72	1,17	1,4	1,65	1,9	1,4	1,6	1,33	1	0,8	1	0,23
4		0%	0%	1%	1%	3%	4%	6%	7%	9%	10%	10%	10%	9%	8%	6%	5%	4%	3%	2%

6.3. Сравним теоретический и практический законы распределения. Для этого найдем разность между каждым элементом второй и четвертой строки, а затем, среднее значение. Получается - 0%.

6.4. Следовательно, данный закон распределения, подчиняется закону Пуассона.

7. Содержание отчета:

Отчет должен содержать результаты выполнения п.п. 5.1. - 5.4.

8. Контрольные вопросы:

- 8.1. Что такое СМО?
- 8.2. Приведите классификацию СМО.
- 8.3. Приведите примеры параметров СМО.
- 8.4. Что такое поток?
- 8.5. Какой поток называют простейшим?
- 8.6. Какой процесс называют марковским?
- 8.7. Что такое процесс с дискретными состояниями?
- 8.8. Что такое процесс с непрерывным временем?
- 8.9. Что означает условие отсутствия последствия?
- 8.10. Что такое граф состояний?

9. Приложение. Проверить, подчиняется ли данный закон закону распределения Пуассона:

Вариант 1

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
Число прибытий за 10 минут	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Наблюдаемая частота (%)	1%	2%	1%	2%	1%	4%	5%	6%	9%	11%	11%	12%	9%	9%	8%	4%	4%	3%	0%	1%	2%

Вариант 2

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
Число прибытий за 10 минут	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Наблюдаемая частота (%)	1%	2%	1%	3%	2%	4%	5%	6%	9%	11%	11%	12%	10%	9%	8%	5%	4%	3%	0%	1%	2%

Вариант 3

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
Число прибытий за 10 минут	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
Наблюдаемая частота (%)	1%	2%	1%	2%	2%	4%	5%	6%	9%	10%	11%	13%	10%	9%	8%	5%	4%	3%	0%	1%	2%

Вариант 4

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
Число прибытий за 10 минут	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
Наблюдаемая частота (%)	2%	2%	3%	2%	4%	4%	5%	6%	10%	11%	11%	13%	11%	9%	10%	5%	3%	3%	4%	3%	3%

Вариант 5

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
Число прибытий за 10 минут	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
Наблюдаемая частота (%)	2%	2%	3%	2%	2%	4%	5%	6%	9%	10%	11%	13%	10%	9%	8%	5%	4%	3%	4%	3%	2%

Вариант 6

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
1 Число прибытий за 10 минут	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
2 Наблюдаемая частота (%)	0%	2%	3%	3%	4%	4%	5%	6%	10%	12%	11%	14%	11%	9%	10%	5%	3%	4%	4%	2%	1%

Вариант 7

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
Число прибытий за 10 минут	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Наблюдаемая частота (%)	1%	2%	3%	3%	4%	4%	5%	6%	10%	12%	11%	13%	11%	9%	10%	5%	3%	3%	4%	2%	2%

Вариант 8

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
Число прибытий за 10 минут	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
Наблюдаемая частота (%)	1%	4%	3%	5%	4%	4%	5%	6%	10%	12%	11%	11%	10%	8%	10%	5%	3%	3%	3%	3%	1%

Вариант 9

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
Число прибытий за 10 минут	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
Наблюдаемая частота (%)	2%	4%	3%	5%	4%	4%	5%	6%	10%	12%	11%	11%	10%	9%	10%	5%	3%	3%	3%	3%	1%

Вариант 10

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
Число прибытий за 10 минут	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37
Наблюдаемая частота (%)	1%	4%	3%	5%	4%	4%	5%	6%	10%	10%	11%	8%	10%	8%	10%	5%	3%	3%	3%	3%	1%

Лабораторная работа №2

1. Цель работы: научиться определять финальные вероятности систем массового обслуживания с помощью уравнений Колмогорова.

2. Литература:

- 2.1. Венцель Е.С. Исследование операций. - Москва: «Высшая школа», 1980.
- 2.2. Конспект лекций по предмету «Компьютерное моделирование».

3. Подготовка к работе:

- 3.1. Изучить материал (2.1.) и конспект лекций по курсу.
- 3.2. Изучить описание практической работы.
- 3.3. Подготовить бланк отчета, содержащий название, цель работы, задание, результаты выполнения п.п.5.1.,5.2.

4. Оборудование: Персональный компьютер, программа MatLab.

5. Задание:

- 5.1. Из рисунков Приложения согласно варианту, заданному преподавателем, нарисовать граф состояний.
- 5.2. Составить уравнения Колмогорова для финальных вероятностей заданного графа.
- 5.3. С помощью программы Maple найти вероятности состояний системы.
- 5.4. Сделать вывод об относительном времени пребывания системы в каждом из состояний.

6. Порядок выполнения работы:

- 6.1. Найдем финальные вероятности СМО: система S состоит из 2-х автоматов, каждый из которых в случайный момент времени может быть либо занятым, либо свободным. Одновременно включить или выключить *оба* автомата *невозможно*. Для построения графа состояний системы S примем, что устройство S может находиться в одном из 4-х состояний: S₀ - оба автомата исправны, S₁ - первый автомат ремонтируется, второй исправен, S₂ - второй автомат ремонтируется, первый исправен, S₃ - оба автомата ремонтируются.

Граф системы приведен на рисунке:

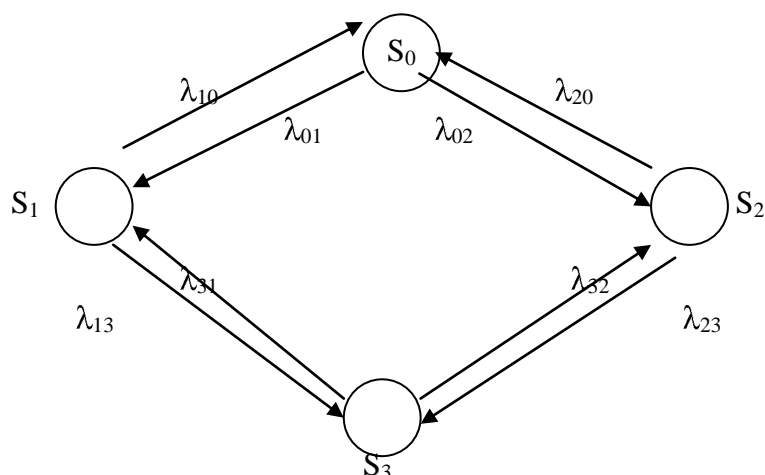


Рисунок 1.

6.2. Запишем уравнения Колмогорова для заданного графа:

Предельные вероятности системы S находим, пользуясь системой уравнений Колмогорова:

$$(\lambda_{01} + \lambda_{02}) p_0 = \lambda_{10} p_1 + \lambda_{20} p_2$$

$$(\lambda_{10} + \lambda_{13}) p_1 = \lambda_{01} p_0 + \lambda_{31} p_3$$

$$(\lambda_{20} + \lambda_{23}) p_2 = \lambda_{02} p_0 + \lambda_{32} p_3$$

$$(\lambda_{31} + \lambda_{32}) p_3 = \lambda_{13} p_1 + \lambda_{23} p_2$$

Например, при $\lambda_{01} = 1, \lambda_{02} = 2, \lambda_{10} = 2, \lambda_{13} = 2, \lambda_{20} = 3, \lambda_{23} = 1, \lambda_{31} = 3, \lambda_{32} = 2$ система алгебраических уравнений, описывающих стационарный режим работы для данной системы, имеет вид:

$$3 p_0 = 2 p_1 + 3 p_2$$

$$4 p_1 = p_0 + 3 p_3$$

$$4 p_2 = 2 p_0 + 2 p_3$$

$$p_0 + p_1 + p_2 + p_3 = 1$$

6.3. Запишем выражение в программе Maple для нахождения решения системы уравнений:

```
>sols:=solve({ , , ,p0+p1+p2+p3=1},{p0,p1,p2,p3}); Enter
```

6.4. Сделаем вывод об относительном времени пребывания системы в каждом из состояний.

Решив систему, получим $p_0 = 0,40, p_1 = 0,20, p_3 = 0,13$, т.е. в предельном, стационарном режиме система S в среднем 40% времени будет находиться в состоянии S_0 (оба автомата исправны), 20% - в состоянии S_1 (первый автомат ремонтируется, второй работает), 27% - в состоянии S_2 (второй автомат ремонтируется, первый работает) и 13% времени - в состоянии S_3 (оба автомата ремонтируются).

7. Содержание отчета:

Отчет должен содержать результаты выполнения п.п. 5.1. - 5.4.

8. Контрольные вопросы:

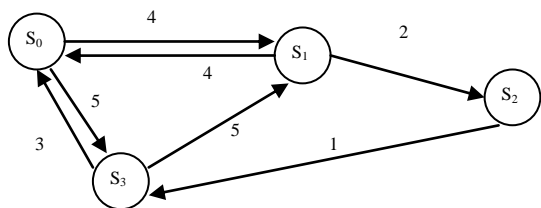
8.1. Что такое СМО?

8.2. Приведите классификацию СМО.

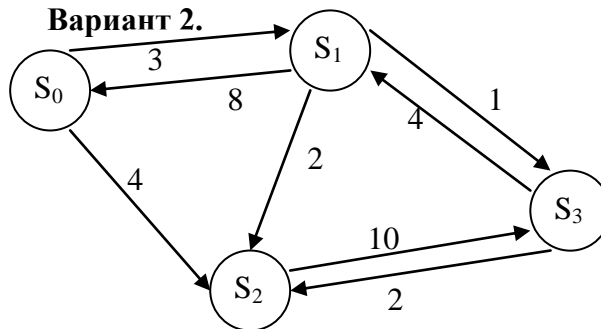
- 8.3. Приведите примеры параметров СМО.
- 8.4. Что такое поток?
- 8.5. Какой поток называют простейшим?
- 8.6. Какой процесс называют марковским?
- 8.7. Что такое процесс с дискретными состояниями?
- 8.8. Что такое процесс с непрерывным временем?
- 8.9. Что означает условие отсутствия последействия?
- 8.10. Что такое граф состояний?

9. Приложение.

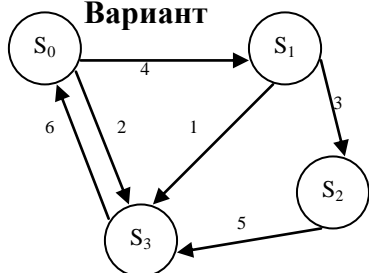
Вариант 1.



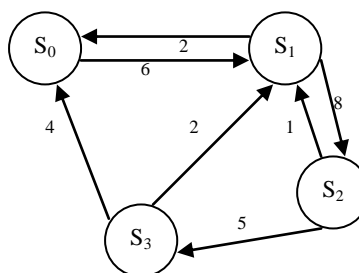
Вариант 2.



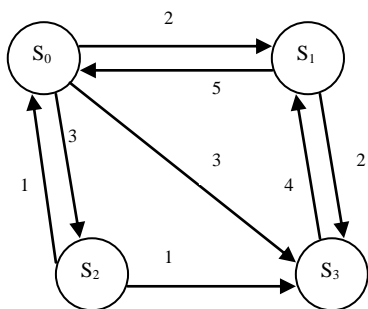
Вариант



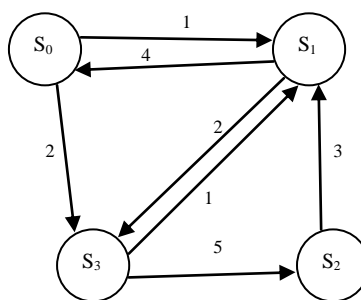
Вариант 4.



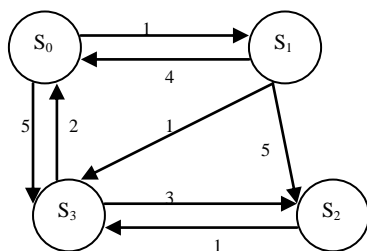
Вариант 5.



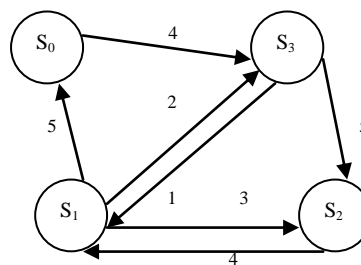
Вариант 6.



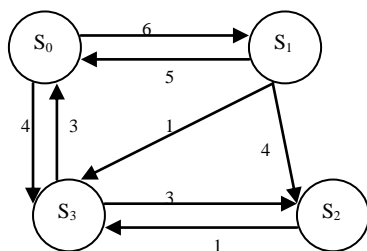
Вариант 7.



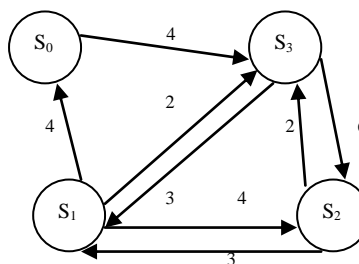
Вариант 8.



Вариант 9.



Вариант 10.



Лабораторная работа №3

1. Цель работы: научиться выявлять и рассчитывать характеристики одноканальных и многоканальных систем массового обслуживания с отказами.

2. Литература:

- 2.1. Венцель Е.С. Исследование операций. - Москва: «Высшая школа», 1980.
- 2.2. Конспект лекций по предмету «Компьютерное моделирование».

3. Подготовка к работе:

- 3.1. Изучить материал (2.1.) и конспект лекций по курсу.
- 3.2. Изучить описание практической работы.
- 3.3. Подготовить бланк отчета, содержащий название, цель работы, задание, результаты выполнения п.п.5.1.,5.2.

4. Оборудование: Персональный компьютер, программа Ms Excel.

5. Задание:

5.1. Задача 1. (одноканальная система с отказами).

Известно, что заявки на телефонные переговоры в телевизионном ателье поступают с интенсивностью λ заявок в час, а средняя продолжительность разговора по телефону $t_{об}$ мин. Определить показатели эффективности работы СМО (телефонной связи) при наличии одного телефонного номера.

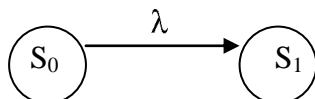
5.2. Задача 2. (многоканальная система с отказами).

Определить оптимальное число телефонных номеров в телевизионном ателье для условий задачи 1, если оптимальным считать удовлетворение в среднем из каждых 100 заявок не менее N заявок на переговоры.

Необходимые для расчетов величины λ , $t_{об}$, N взять по варианту, заданному преподавателем, в Приложении в Таблице 2.

6. Порядок выполнения работы:

6.1. Размеченный граф состояний одноканальной системы с отказами имеет вид (рис.1):



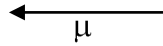


Рис.1.

СМО S имеет два состояния: S_0 - канал свободен, S_1 - канал занят.

В качестве показателей эффективности СМО с отказами будем рассматривать:

A - абсолютную пропускную способность СМО, т.е. среднее число заявок, обслуживаемых в единицу времени;

Q - относительную пропускную способность, т.е. среднюю долю пришедших заявок, обслуживаемых системой;

$P_{отк}$ - вероятность отказа, т.е. того, что заявка покинет СМО не обслуженной;

K - среднее число занятых каналов (для многоканальной системы).

Предельные вероятности состояний равны:

$$p_0 = \frac{\mu}{\lambda + \mu}; \quad p_1 = \frac{\lambda}{\lambda + \mu};$$

которые выражают среднее относительное время пребывания системы в состоянии S_0 (когда канал свободен) и S_1 (когда канал занят).

Абсолютную пропускную способность A найдем, умножив относительную пропускную способность Q на интенсивность потока отказов:

$$Q = \frac{\mu}{\lambda + \mu} \quad P_{отк} = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} \quad A = \frac{\lambda \mu}{\lambda + \mu}$$

Пусть $\lambda = 90$ (1/ч), $t_{06} = 2$ мин.

Интенсивность потока обслуживаний $\mu = 1/t_{06} = 1/2 = 0,5$ (1/мин) = 30 (1/час).

Относительная пропускная способность СМО

$Q = 30 / (90 + 30) = 0,25$, т.е. в среднем только 25% поступивших заявок осуществляют переговоры по телефону. Соответственно вероятность отказа в обслуживании составит: $P_{отк} = 0,75$.

Абсолютная пропускная способность СМО: $A = 90 * 0,25 = 22,5$,

т.е. в среднем в час будут обслужены 22,5 заявки на переговоры. Очевидно, при наличии только одного телефонного номера СМО будет плохо справляться с потоком заявок.

6.2. Размеченный граф состояний многоканальной системы с отказами имеет вид (рис.2):

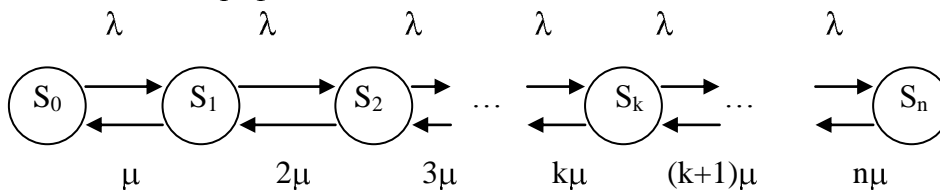


Рис.2.

Интенсивность потока заявок (интенсивность нагрузки канала) ρ_0 определим:

$$\rho_0 = \left(1 + \rho + \frac{\rho^2}{2!} + \dots + \frac{\rho^k}{k!} + \dots + \frac{\rho^n}{n!} \right)^{-1}$$

Интенсивность нагрузки канала $\rho = 90 / 30 = 3$, т.е. за время среднего (по продолжительности) телефонного разговора $t_{06} = 2$ мин поступает в среднем 3 заявки на переговоры.

Будем постепенно увеличивать число каналов (телефонных номеров) $n = 2, 3, 4, \dots$ и определим для получаемой n -канальной СМО характеристики обслуживания.

Относительная пропускная способность - вероятность того, что заявка будет обслужена, определяется:

$$Q = 1 - P_{\text{отк}} = 1 - \frac{\rho^n}{n!} p_0$$

Абсолютная пропускная способность определяется:

$$A = \lambda * Q = \lambda \left(1 - \frac{\rho^n}{n!} p_0 \right)$$

$$k = \frac{A}{\mu}$$

Среднее число занятых каналов можно определить:

Например,

при $n = 2$ $p_0 = (1 + 3 + 3^2 / 2!)^{-1} = 0,118 \approx 0,12$;
 $Q = 1 - (3^2 / 2!) * 0,118 = 0,471 \approx 0,47$;
 $A = 90 * 0,471 = 42,4$ и т.п.

Значения характеристик СМО сведем в таблицу 1.

Таблица 1.

Характеристики обслуживания	Обозначение	Число каналов телефонных номеров					
		1	2	3	4	5	6
Относительная пропускная способность	Q	0,25	0,47	0,65	0,79	0,90	0,95
Абсолютная пропускная способность	A	22,5	42,4	58,8	71,5	80,1	85,3

По условию оптимальности $Q \geq 0,9$, следовательно, в телевизионном ателье необходимо установить 5 телефонных номеров (в этом случае $Q=0,90$ - см. таблицу 1) . При этом в час будут обслуживаться в среднем 80 заявок ($A = 80,1$), а среднее число занятых телефонных номеров (каналов): $K = 80,1/30=2,67$.

7. Содержание отчета:

Отчет должен содержать результаты выполнения п.п. 5.1. - 5.3, все расчеты и выводы.

8. Контрольные вопросы:

- 8.1. Назовите простейшие СМО и их параметры.
- 8.2. Приведите классификацию СМО.
- 8.3. Что позволяют рассчитать уравнения Колмогорова?
- 8.4. Что такое предельная вероятность состояния?
- 8.5. Для какой цели используются формулы Эрланга?

9. Приложение.

Таблица 2.

К задаче 1	№ варианта										
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
λ заявок/час	90	90	85	70	75	80	65	60	75	80	90
$t_{об}$ мин	2	1,5	2,5	2,0	2,5	1,5	2,0	2,5	2,5	2,0	1,5
К задаче 2											
N	90	85	90	90	90	85	80	80	80	70	90

Лабораторная работа №4

1. Цель работы: научиться выявлять и рассчитывать характеристики одноканальных систем массового обслуживания с очередью.

2. Литература:

- 2.1. Венцель Е.С. Исследование операций. - Москва: «Высшая школа», 1980.
- 2.2. Конспект лекций по предмету «Компьютерное моделирование».

3. Подготовка к работе:

- 3.1. Изучить материал (2.1.) и конспект лекций по курсу.
- 3.2. Изучить описание практической работы.
- 3.3. Подготовить бланк отчета, содержащий название, цель работы, задание, результаты выполнения п.п.5.1.

4. Оборудование: Персональный компьютер, программа Ms Excel.

5. Задание:

5.1. Задача (одноканальная система с неограниченной очередью).

В порту имеется один причал для разгрузки судов. Интенсивность потока судов равна λ (судов в сутки). Среднее время разгрузки одного судна составляет $t_{об}$ суток. Предполагается, что очередь может быть неограниченной длины. Найти показатели эффективности работы причала, а также вероятность того, что ожидают разгрузки не более чем 2 судна.

5.2. Задача (одноканальная система с ограниченной очередью).

В порту имеется один причал для разгрузки судов. Интенсивность потока судов равна λ (судов в сутки). Среднее время разгрузки одного судна составляет $t_{об}$ суток. Предполагается, что очередь может быть ограниченной длины. Найти показатели эффективности работы причала, если в порту могут ожидать разгрузки не более чем 2 судна.

6. Порядок выполнения работы:

6.1. Граф состояний одноканальной СМО с очередью показан на рис.1.:

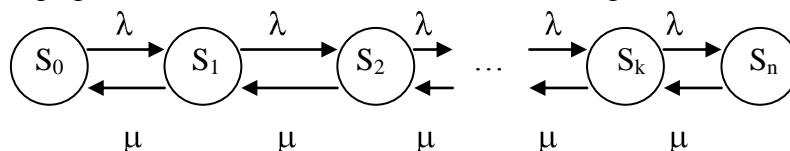


Рис.1.

Система может находиться в одном из состояний $S_0, S_1, \dots, S_k, \dots$ по числу заявок, находящихся в СМО:

- S_0 - канал свободен;
- S_1 - канал занят (обслуживает заявку), очереди нет;
- S_2 - канал занят, одна заявка стоит в очереди;
- ...
- S_k - канал занят, $(k-1)$ заявок стоят в очереди и т.д.

Характеристики системы находим по следующим формулам:

$$\begin{aligned}
 p_0 &= 1 - \rho \\
 p_1 &= \rho (1 - \rho) , p_2 = \rho^2 (1 - \rho) , \dots , p_k = \rho^k (1 - \rho) , \dots \\
 L_{сист} &= \frac{\rho}{1 - \rho}; \quad L_{оч} = L_{сист} - L_{об}; \quad L_{оч} = \frac{\rho^2}{1 - \rho}; \quad T_{сист} = \frac{1}{\lambda} L_{сист};
 \end{aligned}$$

Где $L_{\text{сист}}$ – среднее число заявок в системе, $L_{\text{оч}}$ - среднее число заявок в очереди, $L_{\text{об}}$ - среднее число заявок, находящихся под обслуживанием, $T_{\text{сист}}$ - среднее время пребывания заявки в системе (очереди).

Пусть $\lambda=0,4$, $t_{\text{об}}=2$.

Тогда получим следующие характеристики:

Имеем $\rho = \lambda / \mu = \lambda t_{\text{об}} = 0,4 * 2 = 0,8$.

Так как $\rho = 0,8 < 1$, то очередь на разгрузку не может бесконечно возрастать, и предельные вероятности существуют. Найдем их.

Вероятность того, что причал свободен: $p_0 = 1 - 0,8 = 0,2$,

а вероятность того, что он занят, - $P_{\text{зан}} = 1 - 0,2 = 0,8$.

Вероятности того, что у причала находится 1,2,3 судна (т.е. ожидают разгрузки 0,1,2 судна) равны:

$p_1 = 0,8 * (1 - 0,8) = 0,16$;

$p_2 = 0,8^2 * (1 - 0,8) = 0,128$;

$p_3 = 0,8^3 * (1 - 0,8) = 0,1024$.

Вероятность того, что ожидают разгрузку не более чем 2 судна, равна

$P = p_1 + p_2 + p_3 = 0,16 + 0,128 + 0,1024 = 0,3904$.

Среднее число судов, ожидающих разгрузки,

$L_{\text{оч}} = 0,8^2 / (1 - 0,8) = 3,2$,

а среднее время ожидания разгрузки: $T_{\text{оч}} = 3,2 / 0,8 = 4$ (суток).

Среднее число судов, находящихся у причала,

$L_{\text{сист}} = 0,8 / (1 - 0,8) = 4$ (суток) или $L_{\text{сист}} = 3,2 + 0,8 = 4$.

Среднее время пребывания судна у причала:

$T_{\text{сист}} = 4 / 0,8 = 5$ (суток).

Очевидно, что эффективность разгрузки судов невысокая. Для её повышения необходимо уменьшить среднее время разгрузки судна $t_{\text{об}}$ или увеличить число причалов n .

7. Содержание отчета:

Отчет должен содержать результаты выполнения п. 5.1., все расчеты и выводы.

8. Контрольные вопросы:

- 8.1. Назовите простейшие СМО и их параметры.
- 8.2. Приведите классификацию СМО.
- 8.3. Что позволяют рассчитать уравнения Колмогорова?
- 8.4. Что такое предельная вероятность состояния?
- 8.5. Для какой цели используются формулы Эрланга?
- 8.6. Какую систему характеризуют формулы Литта?

9. Приложение.

Таблица 1.

	№ варианта											
λ судов/сутки	0,4	0,25	0,3	0,2	0,25	0,4	0,3	0,2	0,25	0,3	0,4	
$t_{\text{об}}$ сут	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	2	

Лабораторная работа №5

Цель работы: изучить алгоритмы построения генераторов базовой последовательности, а также генераторов с заданными функциями распределения.

2. Литература:

- 2.1. Венцель Е.С. Исследование операций. - Москва: «Высшая школа», 1980.
- 2.2. Конспект лекций по предмету «Компьютерное моделирование».

3. Подготовка к работе:

- 3.1. Изучить материал (2.1.) и конспект лекций по курсу.
- 3.2. Изучить описание практической работы.
- 3.3. Подготовить бланк отчета, содержащий название, цель работы, задание, результаты выполнения п.п.5.1.,5.2., 5.3.

4. **Оборудование:** Персональный компьютер, программа Ms Excel.

5. Задание:

- 5.1. Разработать генератор случайных чисел как подпрограмму вычисления 10 случайных чисел в интервале [0;1] мультипликативным конгруэнтным методом RANDOM1. (Данную подпрограмму используйте для разработки программ в п.5.2 и 5.3.)
- 5.2. Разработать программу реализации алгоритма, формирующего последовательность из 10 случайных величин с равномерным распределением на отрезке [a; b]. Границы отрезка a и b задаются по варианту. Результат представить в виде 10-и значений Y_i .
- 5.3. Разработать программу реализации алгоритма, формирующего последовательность из 10 случайных величин с показательным распределением, величина λ задается по варианту. Результат представить в виде 10-и значений T_i .

6. Порядок выполнения работы:

6.1. Конгруэнтные методы используют фундаментальное соотношение конгруэнтности, выражаемое формулой (1):

$$n_{i+1} = (\lambda n_i + \mu) \pmod{m} \quad (1)$$

где n_i – i -й элемент последовательности, λ , μ , m – неотрицательные целые числа.

Выражение $z = y \pmod{m}$ означает, что z есть остаток деления (y/m).

Мультипликативный конгруэнтный алгоритм задает последовательность неотрицательных целых чисел $\{n_i\}$, не превосходящих m , по формуле:

$$n_{i+1} = \lambda n_i \pmod{m} \quad (2)$$

Это частный случай формулы (1) при $\mu=0$.

Рассмотрим выбор параметров для десятичной ЭВМ, чтобы полученная последовательность имела максимально возможный период. Формулу (2) рассмотрим в виде:

$$n_{i+1} = \lambda n_i \pmod{10^d} \quad (3)$$

Для десятичных машин модуль m выбирается 10^d , где d – число десятичных цифр в машинном слове. Максимальный период $p = 5 * 10^{d-2}$.

Чтобы построить последовательность с таким периодом, нужно:

- 1) Выбрать n_0 – любое нечетное число и не делящееся на 5,
- 2) Вычислить λ : $\lambda = 200 * t \pm z$, где t – любое целое число, z взято из набора: $\{3, 11, 13, 19, 21, 27, 29, 37, 53, 59, 61, 67, 69, 77, 83, 91\}$.
- 3) Вычислить $\lambda \bullet n_0$. Взять d младших разрядов полученного числа в качестве n_1 , остальные отбросить.
- 4) Поставить десятичную запятую слева от найденного числа n_i . Полученную дробь

$$x_i = \frac{n_i}{10^d} \quad (i = 1, 2, \dots)$$

считать за x_i , т.е.

- 5) Вычислить очередное псевдослучайное число n_{i+1} как d правых разрядов произведения λn_i и вернуться к п.4.

Пример: Пусть $d=4$. Мультипликативный генератор определит $5 * 10^{4-2} = 500$ различных чисел.

- 1) Возьмем $n_0 = 5379$.
- 2) Для $t = 0$ и $z = 91$ можно взять $\lambda = \pm 91$. Пусть $\lambda = 91$.
- 3) $\lambda n_0 = 91 * 5379 = 00489489$. Отсюда $n_1 = 9489$, $x_1 = 0,9489$.
- 4) $\lambda n_1 = 91 * 9489 = 00863499$. Отсюда $n_2 = 3499$, $x_2 = 0,3499$.

5) $\lambda n_2 = 91 * 3499 = 00318409$. Отсюда $n_3 = 8409$, $x_3 = 0,8409$ и т.д.
 $n_4 = 5219$, $n_5 = 4929$, $n_6 = 8539$... Младшие разряды не напоминают случайные.
 Мультипликативная процедура обеспечивает полный период высшему разряду генерируемых чисел. Если эксперимент позволяет ограничиться выборкой, состоящей из чисел, включающих меньше значащих цифр, чем укладывается в машинное слово, надо использовать высшие порядки чисел мультипликативного генератора.
 Для построения последовательности в практической работе возьмите два значащих разряда полученных чисел: 0,53; 0,94; 0,34; 0,84 и т.д.

6.2. Имитация случайных величин, заданных различными функциями распределения, может быть выполнена на основе генератора равномерно распределенных случайных чисел в интервале $[0;1]$, построенного конгруэнтным методом в п.6.1.

Равномерное распределение случайной величины X представляет собой непрерывную функцию плотности вероятности, постоянную внутри интервала от a до b и равную 0 вне

$$f(x) = \frac{x-a}{b-a}$$

этого интервала. Функция распределения:

Для имитации равномерного распределения на интервале $[a; b]$ используется обратное преобразование функции плотности:

$$X_i = a + (b-a) * n_i, \text{ где } 0 \leq n_i \leq 1. \quad (4)$$

n_i задается с помощью подпрограммы вычисления случайных чисел в интервале $[0; 1]$, а a и b задаются на входе.

$$x_1 = a + (b-a)*n_1, x_2 = a + (b-a)*n_2, \dots$$

Получаем последовательность случайной величины x_i , равномерно распределенной на интервале $[a; b]$. Последовательность представьте как значения Y_i .

6.3. Показательное распределение. Случайная величина X имеет показательное распределение с параметром λ . Функция распределения $f(x)$: $F(x) = 1 - \lambda e^{-\lambda x}$, $x \geq 0$, $\lambda \geq 0$.

$$x = -\frac{1}{\lambda} \ln(1 - n_i) \quad \text{или} \quad x_i = -\frac{1}{\lambda} \ln n_i \quad (5)$$

где n_i задается с помощью подпрограммы вычисления случайных чисел в интервале $[0; 1]$, λ задается на входе.

Полученную последовательность из 10-ти чисел представьте как значения величины T_i .

7. Содержание отчета:

Отчет должен содержать результаты выполнения п.п. 5.1. - 5.3.

8. Контрольные вопросы:

- 8.1. Какие Вы можете назвать способы генерации случайных чисел?
- 8.2. Что такое генератор случайных чисел?
- 8.3. Какие Вы знаете методы для построения генераторов случайных чисел?
- 8.4. Какие Вы знаете функции распределения?

ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблица

2.

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	1	1	2	2	3	4	4	5	5	3
b	2	3	3	4	4	6	7	8	7	5
λ (для показательного)	11	13	53	59	91	77	83	27	29	19

распределения)										
----------------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Лабораторная работа №6

1. Цель работы: построить последовательности случайных чисел с помощью генераторов и научиться их использовать для имитации работы одноканальной системы массового обслуживания.

2. Литература:

2.1. Венцель Е.С. Исследование операций. - Москва: «Высшая школа», 1980.

2.2. Конспект лекций по предмету «Компьютерное моделирование».

3. Подготовка к работе:

3.1. Изучить материал (2.1.) и конспект лекций по курсу.

3.2. Изучить описание практической работы.

3.3. Подготовить бланк отчета, содержащий название, цель работы, задание, результаты выполнения п.п.5.1.,5.2., 5.3.

4. Оборудование: Персональный компьютер, программа Ms Excel.

5. Задание:

Занятия в лаборатории разрешается проводить только в присутствии преподавателя.

5.1. Выполнить имитационное моделирование работы одноканальной системы массового обслуживания с очередью.

На СМО поступает регулярный поток требований (заявок). Интервал потока требований τ (мин) подчиняется функции равномерного распределения на отрезке $[a;b]$. Время обслуживания t (мин) имеет случайный характер с функцией показательного распределения. Найдите время обслуживания 10 последовательно поступивших требований в СМО. Имитацию работы СМО представьте в виде таблицы.

6. Порядок выполнения работы:

6.1. Для имитации работы СМО потребуется три последовательности случайных чисел, построенных в результате выполнения практической работы № 5:

- равномерное распределение на отрезке $[0;1]$ - n_i ;
- равномерное распределение на отрезке $[a;b]$ - y_i ;
- показательное распределение T_i .

Имитацию работы СМО оформите в виде таблицы:

Таблица 1.

Номер требования	Момент поступления требования τ (мин) $\tau_i = \tau_{i-1} + Y_i$ $\tau_0 = 0$	Выборка из равномерного распределения на отрезке $[0;1]$ RANDOM1 n_i	Время обслуживания T_i	Момент окончания обслуживания $\text{Max}(\tau_i; T_{i-1}) + T_i$	Время ожидания $\text{Max}(\tau_i; T_{i-1}) - \tau_i$
1	2	3	4	5	6
1	2	0,41	0,7	2,7	0
2	4	0,49	0,9	4,9	0
3	6	0,77	1,9	7,9	0
4	8	0,13	0,2	8,2	0

5	10	0,77	1,9	11,9	0
6	12	0,99	4,3	16,3	0
7	14	0,91	3,0	19,3	2,3
8	16	0,65	1,4	20,7	3,3
9	18	0,17	0,23	20,9	2,7
10	20	0,59	1,2	22,1	0,93

Во 2-м столбце таблицы приводятся значения моментов поступления требований. Начало отсчета: 0, т.е. $\tau_0 = 0$. Момент времени поступления следующей заявки определяется как сумма момента времени поступления предыдущей заявки и очередного числа из последовательности Y_i : $\tau_i = \tau_{i-1} + Y_i$.

В 3-м столбце таблицы приводятся значения равномерно распределенных чисел в интервале $[0;1]$ (Подпрограмма RANDOM1) n_i .

В 4-м столбце таблицы приводятся значения последовательности с показательным распределением T_i .

В 5-м столбце таблицы приводятся значения моментов окончания обслуживания. Это сумма 2-х величин: 1-е слагаемое выбирается как максимальное из момента поступления очередного требования или момента окончания обслуживания предыдущего требования, так как начать обслуживать очередную заявку можно лишь закончив обслуживать предыдущую, т.е. $\text{Max}(\tau_i; T_{i-1})$. 2-е слагаемое - это очередная величина T_i из 4-го столбца таблицы.

В 6-м столбце таблицы приводятся значения времени ожидания заявки. Это разность: уменьшаемое берется в 5-м столбце, два вычитаемых - во 2-м и в 4-м.

7. Содержание отчета:

Отчет должен содержать результаты выполнения п. 5.1.

8. Контрольные вопросы:

- 8.1. Что такое имитационное моделирование?
- 8.2. Какие Вы знаете методы имитационного моделирования?
- 8.3. Какие Вы можете назвать способы генерации случайных чисел?
- 8.4. Что такое генератор случайных чисел?
- 8.5. Какие Вы знаете методы для построения генераторов случайных чисел?
- 8.6. Какие Вы знаете функции распределения?

9. Приложение.

Таблица

2.

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	1	1	2	2	3	4	4	5	5	3
b	2	3	3	4	4	6	7	8	7	5
λ (для показательного распределения)	0,11	0,13	0,53	0,59	0,91	0,77	0,83	0,27	0,29	0,19

Лабораторная работа №7

1. Цель работы: научиться находить решение матричной игры графическим методом.

2. Литература:

- 2.1. Венцель Е.С. Исследование операций. - Москва: «Высшая школа», 1980

2.2. Конспект лекций по предмету «Компьютерное моделирование».

3. Подготовка к работе:

3.1 Изучить материал (2.1.) и конспект лекций по курсу.

3.2 Изучить описание практической работы.

3.2 Подготовить бланк отчета, содержащий название, цель работы, задание, результаты выполнения п.п.5.1.,5.2., 5.3.

4. **Оборудование:** Персональный компьютер, программа Ms Excel.

5. Задание:

5.1. Выписать задачу согласно варианту, заданному преподавателем.

5.2. Проверить наличие седловой точки.

5.3. Дать геометрическую интерпретацию данной игры.

5.4. Определить цену игры и оптимальные стратегии.

6. Порядок выполнения работы:

6.1 Найдём решение игры, заданной матрицей $\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 6 & 4 \end{vmatrix}$ и дадим геометрическую интерпретацию этого решения.

Прежде всего, проверим наличие седловой точки в данной матрице. Нижняя цена игры $\max(2; 4) = 4$, а верхняя цена игры $\min(6; 5) = 5$. Так как $4 \neq 5$, то решением игры являются смешанные оптимальные стратегии, а цена игры заключена в пределах $4 \leq v \leq 5$.

Предположим, что для игрока A стратегия задаётся вектором

$U = (u_1; u_2)$. Тогда на основании *Теоремы 4* при применении игроком B чистой стратегии B_1 или B_2 игрок A получит средний выигрыш, равный цене игры, т.е.

$$\begin{cases} 2u_1^* + 6u_2^* = v \text{ (при стратегии } B_1), \\ 5u_1^* + 4u_2^* = v \text{ (при стратегии } B_2). \end{cases}$$

Помимо двух записанных уравнений относительно u_1^* и u_2^* добавим уравнение, связывающее частоты $u_1^* + u_2^* = 1$.

Решая полученную систему уравнений с тремя неизвестными, находим $u_1^* = 2/5$; $u_2^* = 3/5$; $v = 22/5$.

Найдём теперь оптимальную стратегию для игрока B . Пусть стратегия для данного игрока задаётся вектором $Z = (z_1; z_2)$. Тогда,

$$\begin{cases} 2z_1^* + 5z_2^* = \frac{22}{5} \\ 6z_1^* + 4z_2^* = \frac{22}{5} \\ z_1^* + z_2^* = 1 \end{cases}$$

Решая систему уравнений, состоящую из каких-нибудь двух уравнений, взятых из последней системы, получим $z_1^* = 1/5$; $z_2^* = 4/5$. Следовательно, решением игры являются смешанные стратегии $U^* = (2/5; 3/5)$ и $Z^* = (1/5; 4/5)$, а цена игры $v = 22/5$.

6.2. Дадим теперь геометрическую интерпретацию решения данной игры. Для этого на плоскости uOz введём систему координат и на оси отложим единичный отрезок длины A_1A_2 , каждой точке которого поставим в соответствие некоторую смешанную стратегию $U = (u_1, u_2) = (u_1, 1 - u_1)$. В частности, точке $A_1(0; 1)$ отвечает стратегия A_1 , точке $A_2(1; 0)$ – стратегия A_2 и т.д.

В точках A_1 и A_2 восстановим перпендикуляры и на полученных прямых будем откладывать выигрыш игроков. На первом перпендикуляре (в данном случае он совпадает с осью Oz) отложим выигрыш игрока A при стратегии A_1 , а на втором – при стратегии A_2 . Если

игрок A применяет стратегию A_1 , то его выигрыш при стратегии B_1 игрока B равен 2, а при стратегии B_2 он равен 5. Числам 2 и 5 на оси соответствуют точки B_1 и B_2 .

Если же игрок A применяет стратегию A_2 , то его выигрыш при стратегии B_1 игрока B равен 6, а при стратегии B_2 он равен 4. Эти два числа определяют две точки на перпендикуляре, восстановленном в точке A_2 . Соединяя между собой точки B_1 и B_2 , получим две прямые, расстояние до которых от оси определяет средний выигрыш при любом сочетании соответствующих стратегий. Например, расстояние от любой точки отрезка до оси определяет средний выигрыш при любом сочетании стратегий A_1 и A_2 (с частотами u_1 и u_2) и стратегии B_1 игрока B . Это расстояние равно $2u_1 + 6u_2 = 22/5$. Аналогично, средний выигрыш при применении стратегии B_2 определяется ординатами точек, принадлежащих отрезку.

Таким образом, ординаты точек, принадлежащих ломаной !! определяют минимальный выигрыш игрока A при применении им любых смешанных стратегий. Эта минимальная величина является максимальной в точке M ; следовательно, этой точке соответствует оптимальная стратегия

U^* , а её ордината равна цене игры. Координаты точки M находим как координаты точки пересечения прямых. Соответствующие три уравнения имеют вид

$$\begin{cases} 2u_1^* + 5u_2^* = v \\ 5u_1^* + 4u_2^* = v \\ u_1^* + u_2^* = 1 \end{cases}$$

Решая последнюю систему уравнений, получаем $u_1^* = 2/5$; $u_2^* = 3/5$; $v = 22/5$.

Аналогично находится оптимальная стратегия для игрока B . Для её определения имеем уравнения

$$\begin{cases} 2z_1^* + 5z_2^* = \frac{22}{5} \\ z_1^* + z_2^* = 1 \end{cases}$$

или $z_1^* = 1/5$; $z_2^* = 4/5$. Решением игры являются смешанные стратегии $U^* = (2/5; 3/5)$ и $Z^* = (1/5; 4/5)$, а цена игры $v = 22/5$.

7. Содержание отчета:

7.1. Отчет должен содержать результаты выполнения п. 5.1 – 5.4.

8. Контрольные вопросы:

- 6.2. Что такое игра? Какие виды игр существуют?
- 6.3. Что такое ход? Какие виды ходов вы знаете?
- 6.4. Что такое стратегия? Что такое оптимальная стратегия?
- 6.5. Теоремы матричных игр.

9. Приложение.

Вариант 1

$$a_{ij} = \begin{vmatrix} 3 & 6 \\ 4 & 2 \end{vmatrix}$$

Вариант 2

$$a_{ij} = \begin{vmatrix} 7 & 2 \\ 5 & 9 \end{vmatrix}$$

Вариант 3

$$a_{ij} = \begin{vmatrix} 2 & 8 \\ 7 & 4 \end{vmatrix}$$

Вариант 4

$$a_{ij} = \begin{vmatrix} 1 & 6 \\ 5 & 4 \end{vmatrix}$$

Вариант 5

$$a_{ij} = \begin{vmatrix} 5 & 9 \\ 8 & 3 \end{vmatrix}$$

Вариант 6

$$a_{ij} = \begin{vmatrix} 3 & 9 \\ 8 & 2 \end{vmatrix}$$

Вариант 7

$$a_{ij} = \begin{vmatrix} 5 & 8 \\ 9 & 2 \end{vmatrix}$$

Вариант 8

$$a_{ij} = \begin{vmatrix} 1 & 7 \\ 8 & 4 \end{vmatrix}$$

Вариант 9

$$a_{ij} = \begin{vmatrix} 9 & 4 \\ 2 & 7 \end{vmatrix}$$

Вариант 10

$$a_{ij} = \begin{vmatrix} 6 & 2 \\ 4 & 5 \end{vmatrix}$$

Лабораторная работа №8

1. Цель работы: научиться находить решение матричной игры симплексным методом.

2. Литература:

2.1. Венцель Е.С. Исследование операций. - Москва: «Высшая школа», 1980

2.2. Конспект лекций по предмету «Компьютерное моделирование».

3. Подготовка к работе:

3.1. Изучить материал (2.1.) и конспект лекций по курсу.

3.2. Изучить описание практической работы.

3.3. Подготовить бланк отчета, содержащий название, цель работы, задание, результаты выполнения п.п.5.1.,5.2.

4. Оборудование: Персональный компьютер, программа Ms Excel.

5. Задание:

Занятия в лаборатории разрешается проводить только в присутствии преподавателя.

5.1. Выписать задачу согласно варианту, заданному преподавателем.

5.2. Решить матричную игру симплексным методом.

6. Порядок выполнения работы:

6.1. Найдем решение игры, заданной матрицей

$$A = \begin{vmatrix} 5 & 6 & 3 & 0 \\ 10 & 5 & 12 & 10 \\ 10 & 0 & 5 & 20 \end{vmatrix}$$

Чтобы гарантировать $v > 0$, прибавим ко всем элементам матрицы A константу $+1$. Тогда получим матрицу

$$A' = \begin{vmatrix} 6 & 7 & 4 & 1 \\ 11 & 6 & 13 & 11 \\ 11 & 1 & 6 & 21 \end{vmatrix}$$

6.2. Пара двойственных задач линейного программирования будет в данном случае выглядеть следующим образом:

Минимизировать

$$T = x'_1 + x'_2 + x'_3$$

при условиях

$$\begin{cases} 6x'_1 + 11x'_2 + 11x'_3 \geq 1 \\ 7x'_1 + 6x'_2 + x'_3 \geq 1 \\ 4x'_1 + 13x'_2 + 6x'_3 \geq 1 \\ x'_1 + 11x'_2 + 21x'_3 \geq 1 \\ x'_1 \geq 0, x'_2 \geq 0, x'_3 \geq 0 \end{cases}$$

Максимизировать

$$L = y'_1 + y'_2 + y'_3 + y'_4$$

при условиях

$$\begin{cases} 6y'_1 + 7y'_2 + 4y'_3 + y'_4 \leq 1 \\ 11y'_1 + 6y'_2 + 13y'_3 + 11y'_4 \leq 1 \\ 11y'_1 + y'_2 + 6y'_3 + 21y'_4 \leq 1 \\ y'_1 \geq 0, y'_2 \geq 0, y'_3 \geq 0, y'_4 \geq 0 \end{cases}$$

6.3. Из этих двух задач симплексным методом удобнее решать вторую, одновременно получая из индексной строки решение первой.

i	Базис	C _б	P ₀	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇
1	y ₅	0	1	6	7	4	1	1	0	0
2	y ₆	0	1	11	6	13	11	0	1	0
3	y ₇	0	1	11	1	6	21	0	0	1
4	L		0	-1	-1	-1	-1	0	0	0
1	y ₂	1	1/7	6/7	1	4/7	1/7	1/7	0	0
2	y ₆	0	1/7	41/7	0	67/7	71/7	-6/7	1	0
3	y ₇	0	6/7	71/7	0	38/7	146/7	-1/7	0	1
4	L		1/7	-1/7	0	-3/7	-6/7	1/7	0	0
1	y ₂	1	10/71	55/71	1	31/7	0	11/71	-1/71	0
2	y ₄	1	1/71	41/71	0	67/71	1	-6/71	7/71	0
3	y ₇	0	40/71	135/71	0	-1012/71	0	115/71	-146/71	1
4	L	11/71	11/71	25/71	0	27/71	0	5/71	6/71	0

6.4. После второй итерации симплексного метода получим оптимальное решение

$$y_1^{*} = 0, y_2^{*} = \frac{10}{71}, y_3^{*} = 0, y_4^{*} = \frac{1}{71} \text{ и } L_{max} = T_{min} = \frac{11}{71}$$

Отсюда

$$v' = \frac{1}{L_{max}} = \frac{1}{T_{min}} = \frac{71}{11} \text{ и } y_1^{*} = \frac{71}{11} \cdot 0 = 0, y_2^{*} = \frac{71}{11} \cdot \frac{10}{71} = \frac{10}{11}, y_3^{*} = \frac{71}{11} \cdot 0 = 0, y_4^{*} = \frac{71}{11} \cdot \frac{1}{71} = \frac{1}{11}.$$

Таким образом, оптимальная стратегия игрока II есть

$$Y^* = \left[0, \frac{10}{11}, 0, \frac{1}{11} \right], v = v' - 1 = \frac{71}{11} - 1 = \frac{60}{11}$$

Из индексной строки против переменных y₅, y₆, y₇ получаем оптимальное решение первой задачи

$$x_1^{*} = \frac{5}{71}, x_2^{*} = \frac{6}{71}, x_3^{*} = 0, \text{ откуда}$$

$$x_1^{*} = \frac{71}{11} \cdot \frac{5}{71} = \frac{5}{11}, x_2^{*} = \frac{71}{11} \cdot \frac{6}{71} = \frac{6}{11}, x_3^{*} = \frac{71}{11} \cdot 0 = 0 \text{ и } X^* = \left[\frac{5}{11}, \frac{6}{11}, 0 \right]$$

Итак,

$$(X^*, Y^*, v) = \left(\left[\frac{5}{11}, \frac{6}{11}, 0 \right], \left[0, \frac{10}{11}, 0, \frac{1}{11} \right], \frac{60}{11} \right)$$

7. Содержание отчета:

7.1. Отчет должен содержать результаты выполнения п. 5.1 – 5.2.

8. Контрольные вопросы:

- 5.1. Что такое конфликт?
- 5.2. Что такое игра? Какие виды игр существуют?
- 5.3. Что такое ход? Какие виды ходов вы знаете?
- 5.4. Что такое стратегия? Что такое оптимальная стратегия?
- 5.5. Приведите формулировки теорем матричных игр.

Лабораторная работа №9

1. Цель работы: построить прогноз состояния реального объекта экспоненциальным методом.

2. Литература:

- 2.1. Венцель Е.С. Исследование операций. - Москва: «Высшая школа», 1980.
- 2.2. Конспект лекций по предмету «Компьютерное моделирование».

3. Подготовка к работе:

- 3.1. Изучить материал (2.1.) и конспект лекций по курсу.
- 3.2. Изучить описание практической работы.
- 3.3. Подготовить бланк отчета, содержащий название, цель работы, задание, результаты выполнения п.п.5.1.,5.2.

4. Оборудование: Персональный компьютер, программа Ms Excel.

5. Задание:

Занятия в лаборатории разрешается проводить только в присутствии преподавателя.

- 5.1. Из таблиц Приложения согласно варианту, заданному преподавателем, выписать задачу.
- 5.2. С помощью программы Ms Excel создать прогноз.
- 5.3. Сравнить фактические данные с прогнозируемыми и сделать выводы.
- 5.4. Оформить отчет в тетради в виде таблицы:

Заявки	Прогноз (а=0,2)	Прогноз (а=0,3)	Прогноз (а=0,1)

6. Порядок выполнения работы:

6.1. Предполагается, что наблюдения некоторой величины X , проводятся через равные промежутки времени. Результат наблюдения обозначим $X(t)$, где t – номер наблюдения. Прогноз $P(t+1)$ для следующего момента времени рассчитывается по формуле:

$$P(t+1) = P(t) + a * (X(t) - P(t)) \quad (1)$$

где a – константа сглаживания, выбирается обычно от 0,2 до 0,3. Большие значения константы сглаживания ускоряют отклик прогноза на скачок наблюдаемого процесса, но могут привести к непредсказуемым выбросам.

Первый раз после начала наблюдений, располагая лишь одним результатом наблюдений $X(1)$, когда прогноза $P(1)$ нет и формулой (1) воспользоваться еще невозможно, в качестве прогноза $P(2)$ следует взять $X(1)$.

Формула (1) легко может быть переписана в ином виде: $P(t+1) = (1 - a) * P(t) + a * X(t)$. Теперь видно, что при увеличении константы сглаживания в прогнозе доля последнего наблюдения увеличивается, а доля предыдущих наблюдений убывает.

Предположим, что Вы ведущий программист агентства по прокату автомобилей. Руководство предприятия выдало вам задание спрогнозировать увеличение заявок клиентов на транспорт, снабженный багажником для перевозки лыж. Несколько дней спустя после на-

чала проведения исследования в Вашей местности выпало очень много снега и, как следовало ожидать, количество вышеупомянутых заявок резко возросло. Итак, используя результаты выполненных на сегодняшний день наблюдений (в данном случае наблюдение – это количество заявок за день) нам нужно узнать, сколько автомобилей, оборудованных багажником для лыж, необходимо подготовить, чтобы полностью удовлетворить спрос в завтрашний день.

Воспользуйтесь Excel для выполнения необходимых расчетов.

6.2. Запустите *MS Excel* и щелкните на кнопке *Сохранить*.

С помощью кнопки *Создать* папку в появившемся окне *Сохранение документа* создайте свою рабочую папку и сохраните в ней файл *Книга1* под именем *Прогноз.xls*.

Введите в диапазоне *A1:A11* заголовок и данные наблюдений, руководствуясь *рисунком 1*.

Введите в ячейке *B1* заголовок *Прогноз*.

Раскройте пункт меню *Сервис*. Если в выпавшем подменю нет команды *Анализ данных*, то выполните команду *Сервис* → *Настройка*. В появившемся окне *Настройка* (*рисунком 2*) в списке настроек установите флажок слева от строки *Analysis ToolPak - VBA* (функции VBA для работы пакета анализа) и щелкните на кнопке *ОК*.



Рисунок 1. Прогноз по методу экспоненциального сглаживания (константа сглаживания равна 0,2)

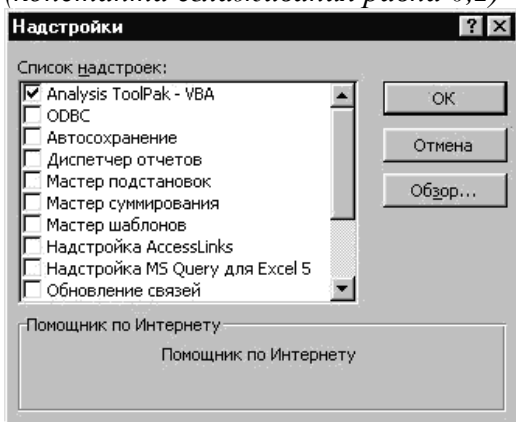


Рисунок 2. Установка пакета Анализ данных

Выполните команду *Сервис* → *Анализ данных*. Появится окно *Анализ данных*. Прокрутите список инструментов анализа и обратите внимание на то, что их достаточно много. В списке инструментов анализа выберите строку *Экспоненциальное сглаживание* и щелкните на кнопке *ОК*. Появится окно *Экспоненциальное сглаживание* (*рисунком 4*), которое следует заполнить. Установите курсор в поле *Входной интервал*. Выделите интервал входных данных *A1:A12*. В поле *Входной интервал* появится строка *\$A\$1:\$A\$12*.

Проведите расчет при значении константы сглаживания **a**, равном **0,2**. Для этого введите в поле *Фактор затухания* значение, равное **1 – a**, которое в данном случае равно **0,8**.

Установите флажок в поле *Метки*, означающий, что первая ячейка входного интервала является заголовком.

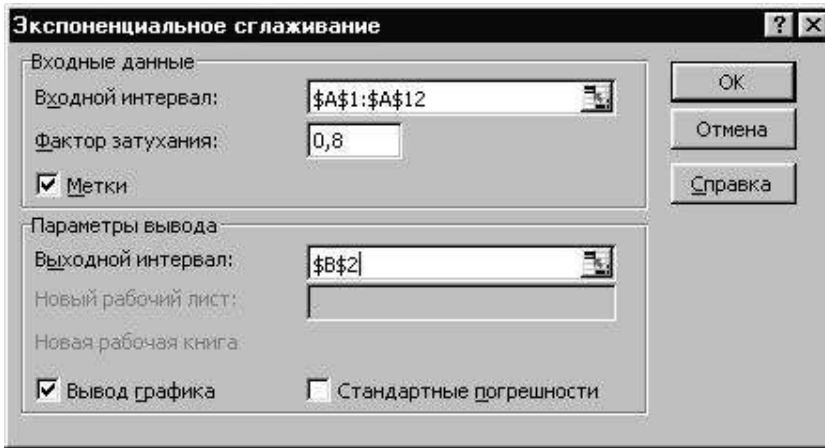


Рисунок 4. Заполнение окна Экспоненциальное сглаживание

Установите курсор в поле *Выходной интервал*. Выделите ячейку *B2* – первую ячейку выходного интервала. В поле *Выходной интервал* появится строка **\$B\$2**.

Установите флажок в поле *Вывод графика* и щелкните на кнопке *OK*. На рабочем листе (см. рисунок 1) будет выведен прогноз и диаграмма, позволяющая сравнить прогноз с фактическими данными.

Установите в диапазоне ячеек *B3:B12* числовой формат с двумя разрядами дробной части. Проанализируйте полученные результаты. В ячейке *A11* записано количество заявок, сделанных за десятый день наблюдений. В ячейке *B11* записан прогноз на десятый день, полученный сглаживанием на основании данных предыдущих девяти дней наблюдений. В ячейке *B12* записан прогноз количества ожидающихся заявок в следующий день. А сколько их будет сделано на самом деле, станет известно только в следующий день. Запись в ячейке *B2* означает недостаток данных.

Сравнивая график фактических данных с графиком прогноза, можно сделать вывод о том, что прогноз, полученный сглаживанием, реагирует на скачок фактической функции, но медленнее, чем этого бы хотелось. Реакция будет более быстрой, если уменьшить значение фактора затухания.

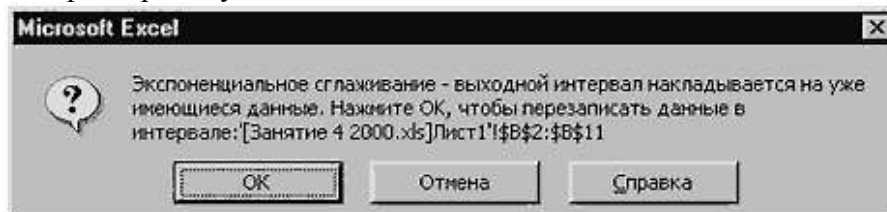


Рисунок 5. Предупреждение MS Excel о предстоящей перезаписи данных

6.3. Повторите получение прогноза, заменив значение 0,2 константы сглаживания наибольшим рекомендуемым значением 0,3. Появившееся окно (рисунок 5) с предложением перезаписать данные закройте щелчком на кнопке *OK*.

Рабочий лист Вашей таблицы должен соответствовать изображению на рисунке 6. Можно заметить, что теперь прогноз быстрее отслеживает скачок фактической функции.



Рисунок 6. Прогноз по методу экспоненциального сглаживания (константа сглаживания равна 0,3)

Снова повторите получение прогноза, заменив значение 0,3 константы сглаживания на 0,1. Анализируя рабочий лист (рис. 7) Вы убедитесь, что в последнем случае качество прогноза заметно возросло, а устойчивость прогноза сохранилась.

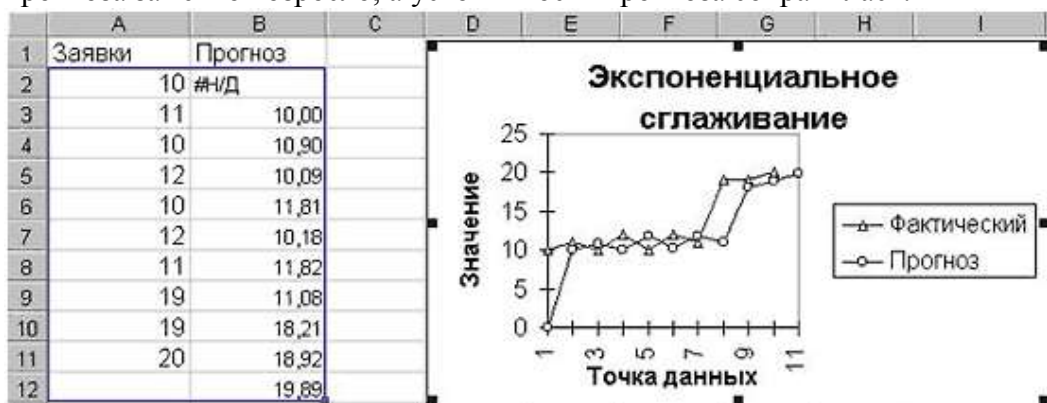
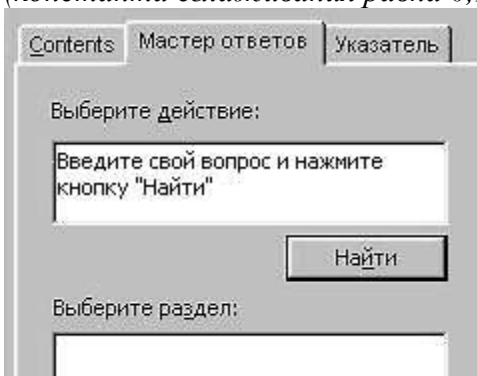


Рисунок 7. Прогноз по методу экспоненциального сглаживания (константа сглаживания равна 0,9)



Рисунка 8. Обращение к справке

6.4. Выполняя задание, Вы, конечно, обратили внимание на то, пакет *Анализ данных* содержит длинный список инструментов анализа. Описание этих инструментов можно найти в справочной системе *MS Excel*.

Для обращения к справке нажмите клавишу *F1*. Если использование Помощника не предусмотрено, то на вкладке мастера ответов (рисунок 8) в поле Выберите действие введите название инструмента анализа, например *Экспоненциальное сглаживание* и щелкните на кнопке *Найти*. Если *Помощник* используется, то введите свой вопрос в аналогичном окне Помощника. Затем щелкните на кнопке *Найти*. В появившемся списке разделов, связанных с интересующим Вас инструментом анализа, выберите нужный Вам раздел, и соответствующая справка *MS Excel* будет выведена на экран.

7. Содержание отчета:

7.1. Название и цель работы.

7.2. Результаты выполнения п.п. 5.1. - 5.4.

8. Контрольные вопросы:

8.1. Дайте определение понятию прогнозирование.

8.2. Приведите классификацию прогнозов. По каким критериям можно классифицировать прогноз.

8.3. Для чего необходимо строить прогнозы каких-либо процессов или явлений.

8.4. Назовите методы прогнозирования.

8.5. Приведите идею, лежащую в основе метода экспоненциального сглаживания?

8.6. Как влияет величина константы сглаживания на быстроту отклика прогноза на скачок наблюдаемой функции?

9. Приложение:

Вариант 1.

Заявки	10	11	11	11	13	16	17	18	16	15	16	22	23	24	22
--------	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Вариант 2.

Заявки	8	12	11	10	13	15	16	15	16	12	14	15	16	17	19
--------	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Вариант 3.

Заявки	14	15	17	18	18	19	17	17	19	21	22	25	25	23	24
--------	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Вариант 4.

Заявки	15	16	17	18	18	18	22	19	19	21	22	26	26	24	25
--------	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Вариант 5.

Заявки	9	10	11	11	13	14	14	15	16	14	13	14	16	17	19
--------	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Вариант 6.

Заявки	9	10	11	11	13	14	14	15	16	14	13	14	16	17	19
--------	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Вариант 7.

Заявки	12	15	16	10	17	12	16	20	19	14	12	14	15	20	19
--------	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Вариант 8.

Заявки	13	14	16	20	19	21	17	19	21	15	20	14	14	11	13
--------	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Вариант 9.

Заявки	13	14	16	20	19	21	17	19	21	15	20	14	14	11	13
--------	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Вариант 10.

Заявки	12	14	16	20	10	14	13	16	21	11	10	22	19	19	21
--------	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

ВАРИАНТ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ
Модель биосистемы «хищник – жертва»

§ **Формулировка задачи.**

Построить модель, описывающую изменения численности двух биологических популяций, взаимодействующих по принципу «хищник – жертва», и исследовать характер поведения этой модели в зависимости от ее параметров.

При выводе уравнений математической модели необходимо руководствоваться следующими соображениями:

- при отсутствии хищников скорость изменения жертв пропорциональна их численности, причем коэффициент пропорциональности определяется только их естественной смертностью и рождаемостью;

- при наличии хищников скорость убыви жертв пропорциональна количеству, как жертв, так и хищников (чем больше жертв, тем легче их поймать хищнику; чем больше хищников, тем больше жертв они съедят);
- скорость естественной убыви изолированных хищников пропорциональна их численности, а скорость прироста за счет съедания жертв – численности обеих видов.

§ Математическая модель биосистемы.

При сделанных предположениях изменение численности популяций в указанной биосистеме можно описать системой дифференциальных уравнений модели Лотки-Вольтерра:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= x(a_1 - b_1 y) \\ \frac{dy}{dt} &= -y(a_2 - b_2 x) \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь коэффициенты $a_i, b_i > 0$ и их размерность $[a_i], [b_i] \approx [1/t]$.

В данной модели не учитывается внутривидовая конкуренция за ресурсы и допущается, что при отсутствии хищников жертвы, имеющие неограниченное количество пищи, будут размножаться неограниченно.

Приравнивая нулю правые части уравнений (1), получим две точки равновесия биосистемы: $x_p = 0, y_p = 0; x_p = \frac{a_2}{b}, y_p = \frac{a_1}{b}$

Иногда эти точки называют стационарными или особыми. Первая тривиальная точка не представляет интереса, поскольку она не соответствует исходной постановке задачи.

Используя координаты полученной точки равновесия, можно ввести новые безразмерные величины:

$$t \equiv ta_2, x \equiv \frac{x}{x_p}, y \equiv \frac{y}{y_p}, q = \frac{a_1}{a_2} \quad (2)$$

Тогда уравнения (1) переписутся в следующем виде ($q > 0$):

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= qx(1 - y) \equiv F_1(x, y) \\ \frac{dy}{dt} &= -y(1 - x) \equiv F_2(x, y) \end{aligned} \quad (3)$$

§ Исследование математической модели.

В новых относительных переменных биосистема имеет следующую не тривиальную точку равновесия $x_p = 1, y_p = 1$. Необходимо исследовать поведение биосистемы возле

этой точки. Для этого можно ввести переменные $\delta x = x - x_p$, $\delta y = y - y_p$ и разложить правые части системы (3) в ряды возле точки равновесия, ограничивая их слагаемыми порядка $O(\delta x, \delta y)$. При этом для переменных $\delta x, \delta y$ получим следующую линейную систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{d\delta x}{dt} &= \left(\frac{\partial F_1}{\partial x} \right)_p \delta x + \left(\frac{\partial F_1}{\partial y} \right)_p \delta y \\ \frac{d\delta y}{dt} &= \left(\frac{\partial F_2}{\partial x} \right)_p \delta x + \left(\frac{\partial F_2}{\partial y} \right)_p \delta y \end{aligned} \quad (4),$$

где

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial F_1}{\partial x} \right)_p &= q(1 - y_p) = 0 \\ \left(\frac{\partial F_1}{\partial y} \right)_p &= -qx_p = 0 \\ \left(\frac{\partial F_2}{\partial x} \right)_p &= y_p = 1 \\ \left(\frac{\partial F_2}{\partial y} \right)_p &= -(1 - x_p) = 0 \end{aligned}$$

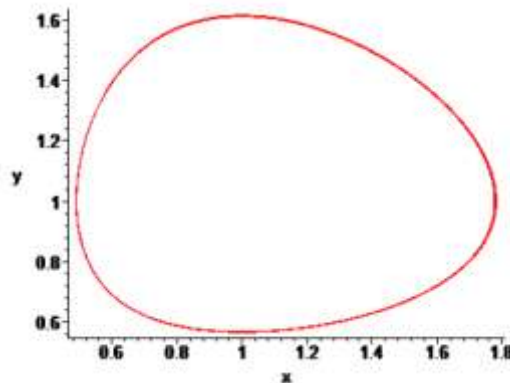
Характеристическое уравнение системы (4):

$$\det \begin{pmatrix} -\lambda & -q \\ 1 & -\lambda \end{pmatrix} = 0 \text{ имеет два чисто мнимых корня: } \lambda = i\sqrt{q}, \lambda = -i\sqrt{q}.$$

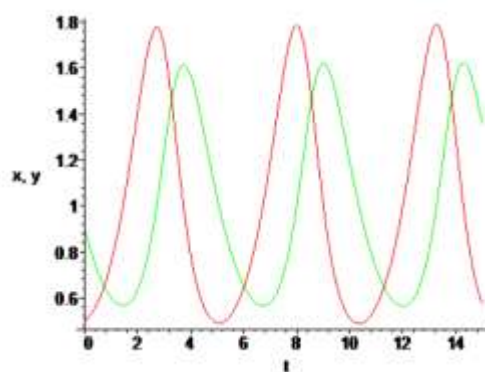
§ Задание.

На фазовой плоскости x, y построить замкнутые фазовые траектории изменения численности популяций при заданных начальных условиях и графики относительной численности жертв и хищников.

§ Пример расчетов.



Фазовая траектория для случая $q = 1,5$, $x_0 = 0,5$, $y_0 = 0,9$



Изменение при $q = 1,5$ относительной численности жертв ($x_0 = 0,5$) и хищников ($y_0 = 0,9$)